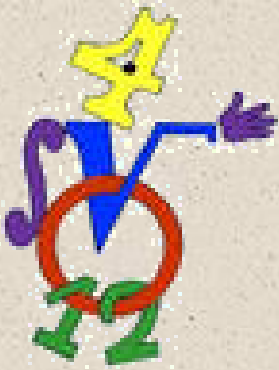


8 класс алгебра



АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ



Цели:



- ✓ **Повторить основное свойство дроби и рассмотреть это свойство для алгебраических дробей;**
- ✓ **Научиться сокращать и приводить дроби к наименьшему общему знаменателю.**

Изучение новой темы

Понятие **основного свойства дроби** известно из курса 6-го класса (сокращение дробей).

Значение обыкновенной дроби не изменится, если ее числитель и знаменатель одновременно умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число.

Например:

$$\frac{3}{4} = \frac{12}{16} \quad (\text{числитель и знаменатель мы одновременно умножили на одно и то же число } 4, \text{ значение дроби не изменилось});$$

$$\frac{22}{33} = \frac{2}{3} \quad (\text{числитель и знаменатель мы одновременно разделили на одно и то же число } 11, \text{ значение дроби не изменилось}).$$

Над **алгебраическими дробями** можно осуществлять преобразования аналогичные тем, которые указали для обыкновенной дроби.

Основное свойство алгебраической дроби:

1. И числитель и знаменатель алгебраической дроби можно **умножить на один и тот же многочлен**, на одно и тоже, отличное от нуля число (тождественное преобразование алгебраической дроби).
2. И числитель и знаменатель алгебраической дроби можно **разделить на один и тот же многочлен**, на одно и тоже, отличное от нуля число (тождественное преобразование алгебраической дроби – **сокращение алгебраической дроби**).

Внимание!

Следствие из основного свойства дроби

(изменение знаков у числителя и знаменателя)

$$\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b};$$

$$\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b};$$

$$\frac{-a}{a+b} = -\frac{a}{a+b};$$

$$\frac{a}{b-a} = -\frac{a}{a-b};$$

$$\frac{a-b}{c-d} = \frac{-(b-a)}{c-d} = -\frac{b-a}{c-d};$$

$$\frac{a-b}{c-d} = \frac{(a-b)}{-(d-c)} = -\frac{a-b}{d-c}.$$

$$(a-b)^2 = (b-a)^2;$$

Как используют основное свойство алгебраической дроби?

Пример 1:

Преобразовать данные дроби так, чтобы получились дроби с одинаковыми знаменателями.

$$\frac{2a}{3} \text{ и } \frac{3b}{5}$$

Решение

Для этого найдем **дополнительные множители** для каждой дроби. Это числа **5** и **3**.

$$\frac{2a}{3} = \frac{2a \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10a}{15}; \quad 5 - \text{дополнительный множитель}$$

$$\frac{3b}{5} = \frac{3b \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9b}{15}; \quad 3 - \text{дополнительный множитель}$$

Пример 2:

Преобразовать данные дроби так, чтобы получились дроби с одинаковыми знаменателями.

$$\frac{a}{4b^2} \text{ и } \frac{a^2}{6b^3}$$

Решение

Для этого найдем **дополнительные множители** для каждой дроби. Это числа **3b** и **2**.

$$\frac{a}{4b^2} = \frac{a \cdot \textcircled{3b}}{4b^2 \cdot \textcircled{3b}} = \frac{3ab}{12b^3}; \quad \text{3b} - \text{дополнительный множитель}$$

$$\frac{a}{6b^3} = \frac{a \cdot \textcircled{2}}{6b^3 \cdot \textcircled{2}} = \frac{2a}{12b^3}; \quad \text{2} - \text{дополнительный множитель}$$

Пример3:

Преобразовать данные дроби так, чтобы получились дроби с одинаковыми знаменателями.

$$\frac{x}{x+y} \text{ и } \frac{x}{x-y}$$

Решение

Для этого найдем **дополнительные множители** для каждой дроби. Это многочлены - $(x - y)$ и $(x + y)$.

$$\frac{x}{x+y} = \frac{x \cdot (x-y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{x^2 - xy}{x^2 - y^2}, \text{ } (x-y) \text{ – дополнительный множитель}$$

$$\frac{x}{x-y} = \frac{x \cdot (x+y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2}, \text{ } (x+y) \text{ – дополнительный множитель}$$

Пример 4:

Преобразуйте заданные тройки алгебраических выражений так, чтобы получились дроби с одинаковыми знаменателями:

$$\frac{x+1}{2x-2} = \frac{x+1}{2(x-1)} = \frac{(x+1)(x+1)}{2(x-1)(x+1)};$$

$$\frac{x^2}{2x^2-2} = \frac{x^2}{2(x^2-1)} = \frac{x^2}{2(x-1)(x+1)};$$

$$\frac{2x+3}{x+1} = \frac{2(2x+3)(x-1)}{2(x+1)(x-1)};$$

Пример 5:

Преобразуйте заданные тройки алгебраических выражений так, чтобы получились дроби с одинаковыми знаменателями:

$$\frac{1}{2-y} = -\frac{1}{y-2} = -\frac{2y(y+2)}{(y-2)(y+2) \cdot 2y};$$

$$\frac{1}{2+y} = \frac{2y(y-2)}{2y(y-2)(y+2)};$$

$$\frac{y^2+4}{2y^3-8y} = \frac{y^2+4}{2y(y^2-4)} = \frac{y^2+4}{2y(y-2)(y+2)}.$$

Сократите данные дроби:

$$a) \frac{12a^4b^2x}{18a^2b^2y} = \frac{\overset{1}{\cancel{6}} \cdot 2 \cdot \overset{1}{\cancel{a^2}} \cdot a^2 \cdot \overset{1}{\cancel{b^2}} \cdot x}{\underset{1}{\cancel{6}} \cdot 3 \cdot \underset{1}{\cancel{a^2}} \cdot \underset{1}{\cancel{b^2}} \cdot y} = \frac{2a^2x}{3y};$$

$$б) \frac{3x^2y + 6x^2y^2}{3x^3y + 12x^2y^2} = \frac{\overset{1}{\cancel{3x^2}}y(1 + 2y)}{\underset{1}{\cancel{3x^2}}y(x + 4y)} = \frac{(1 + 2y)}{(x + 4y)}.$$

Сократите дробь:

$$\begin{aligned} \text{в) } & \frac{4a^3x - 4ax^3}{6a^3x - 12a^2x^2 + 6ax^3} = \\ & = \frac{4ax(a^2 - x^2)}{6ax(a^2 - 2ax + x^2)} = \\ & = \frac{4ax(a - x)(a + x)}{6ax(a - x)^2} = \\ & = \frac{\cancel{2}^1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{ax}^1 (a^1 - x)(a + x)}{\cancel{2}^1 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{ax}^1 (a - x)^2} = \frac{2(a + x)}{3(a - x)}. \end{aligned}$$

Ответить на вопросы:

➤ Назовите **основное свойство** алгебраической дроби;

➤ Как изменяются знаки у числителя и знаменателя алгебраической дроби (следствие из **основного свойства дроби**)?